

1. Egy 50 g tömegű nyílveesszót 20 m/s sebességgel függőlegesen felfelé lövünk ki.
 a) Milyen magasra emelkedik a nyílveessző?
 b) Milyen magasan lesz, és mekkora mozgási energiával rendelkezik a nyílveessző 1 másodperccel kilövése után? (A közegellenállástól tekintünk el; $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

Megoldás:

Adatok: $m = 50 \text{ g}$, $v_o = 20 \text{ m/s}$, $t = 1 \text{ s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

a)

Az energia-megmaradás elvének felhasználása:

$$E_o = \text{áll}; \quad E_m + E_h = \text{áll};$$

vagy szöveges megfogalmazás

1 pont

Alkalmazás a konkrét esetre:

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = mgh_{\max}$$

(Ha a vizsgázó rögtön ezt az alakot használja, a korábbi 1 pont itt adandó meg. Ha a vizsgázó csak az $E_{\text{hfent}} = E_{\text{mlent}}$ alakig jut el, erre a részre 1 pont adható.)

2 pont

$h_{\max}$ meghatározása:

$$\Rightarrow h_{\max} = \frac{v_o^2}{2g}$$

$$h_{\max} = \frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20 \text{ m}$$

3 pont

(bontható)

(A maximális emelkedési magasság meghatározható az egyenletesen lassuló mozgás

kinematikai leírása alapján is. Ilyen esetben a részpontoszámok: $t_e = \frac{v_o}{g} = 2 \text{ s}$ [3 pont];

$h_{\max} = v_o t_e - \frac{1}{2}gt_e^2 = 20 \text{ m}$ [3 pont]. Amennyiben a jelölt a hajtás emelkedési magasságát

leíró végképletből indul ki $\left[h_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \right]$, a 6 pont megadható!)

b)

A test magasságának meghatározása a $t = 1 \text{ s}$ időpillanatban:

$$h = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

2 pont

$$h = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2 = 15 \text{ m}$$

1 pont

A test sebességének meghatározása a $t = 1 \text{ s}$ időpillanatban:

$$v = v_o - gt$$

2 pont

$$v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1 pont

A test mozgási energiájának meghatározása:

$$E_m = \frac{1}{2} mv^2$$

1 pont

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 0,05 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 2,5 \text{ J}$$

1 pont

Összesen

14 pont

2. Egy 0,8 m hosszúságú fonálinga szabad végén 0,2 kg tömegű, elhanyagolható méretű golyó van. Az ingát vízszintes helyzetbe kitérítik, majd lökés nélkül elengedik.

a) Mekkora sebességgel halad a golyó az inga függőleges helyzetében?

b) Határozzuk meg a golyó centripetális gyorsulását az inga függőleges helyzetében!

(Legyen $g = 10 \text{ m/s}^2$! A közegellenállás hatását elhanyagolhatjuk. Az inga függőleges helyzetében, a vizsgált pillanatban, a mozgás egyenletes körmozgásnak tekinthető.) (2007. május id.)

Megoldás:

Jelölések: $L = 0,8 \text{ m}$, $m = 0,2 \text{ kg}$.

a) Az energiaviszonyok értelmezése:

4 pont
(bontható)

Az energiaszintek felírása vagy jelölése a kezdeti és végállapotban, akár a rajzon is.
(A 0-szint jelölésének hiányáért csak akkor kell pontot levonni, ha nem következetesen alkalmazza a vizsgázó a helyzeti energia változásának meghatározásakor.)

Az $E_h = mgh$ összefüggés alkalmazása:

1 pont

Az $E_m = \frac{1}{2}mv^2$ összefüggés alkalmazása:

1 pont

A mechanikai energia megmaradás törvényének alkalmazása:

$$mgL = \frac{1}{2}mv^2.$$

3 pont
(bontható)

(Bármilyen változat elfogadható, amennyiben a megfelelő energiaértékek egyenlőségét írja fel a vizsgázó.)

A sebesség kiszámítása:

3 pont
(bontható)

$$v = \sqrt{2gL} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

(Behelyettesítés; a sebesség kifejezése; helyes eredmény: 1+1+1 pont.)

b) A centripetális gyorsulás meghatározása:

5 pont
(bontható)

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r},$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

(A megfelelő összefüggés alkalmazása 2 pont, behelyettesítés 1 pont, a helyes eredmény megadása 2 pont.)

Összesen

17 pont

3. Vízmelegítő korszerűsítése előtt állunk. Lehetőségünk van mind villany-, mind gázüzemű vízmelegítő beszerelésére. A választás egyik szempontja lehet az energiaegységek összehasonlítása. (A veszteségeket mindkettőnél azonosnak tekintjük.) Hasonlítsa össze az energia árát az ELMŰ és a Fővárosi Gázművek adatai (2006.03.) alapján készült táblázat segítségével! Melyik vízmelegítő beszerelése a gazdaságosabb?

Villamos energia egységár (Ft/kWh)	Gáz fűtőértéke (MJ / m ³)	Gáz egységára (Ft / m ³)
26,80	34,00	58,34

(2008. május id.)

Megoldás:

Az összehasonlítás lényegének felismerése: azonos energiamennyiségek árát vagy azonos összegért kapható energia mennyiségét kell összehasonlítani.

3 pont

(Ha a megoldásból egyértelműen kiderül, hogy a vizsgázó erre törekszik, a 3 pont külön megfogalmazás nélkül is megadható.)

Átváltás:

3 pont

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$$

vagy

$$1 \text{ MJ} = \frac{1}{3,6} \text{ kWh} = 0,278 \text{ kWh}$$

(A J, kJ vagy MJ egységválasztás bármelyike elfogadható. Csak a végeredmény közlése is elég.)

Az összehasonlítható mennyiségek kiszámítása:

6 pont
(bontható)

Pl.: 1 m³ gázból 34 MJ energia nyerhető.

$$1 \text{ MJ ára } \frac{58,34}{34} = 1,72 \text{ Ft}$$

3,6 MJ villany ára 26,8 Ft,

$$1 \text{ MJ ára } \frac{26,8}{3,6} = 7,45 \text{ Ft}$$

(Más részszámítások esetén is a teljes megoldáshoz vezető lépések számához viszonyítva kell bontani a 6 pontot.)

Következtetés levonása:

2 pont

A kiszámolt egységek összehasonlítása megállapítható, hogy a gázüzemű vízmelegítő beszerelése a gazdaságosabb.

(Bármilyen egyértelmű jelölés, amely arra utal, hogy a vizsgázó melyik megoldást választaná, és amely összhangban van a számításaival, elfogadható.)

Összesen:

14 pont

4. Egy szivattyú egy perc alatt 200 liter vizet emel ki 3 m mélységből. A szivattyúzás hatásfoka 40%.

a) Mekkora teljesítményt vesz fel a szivattyú az elektromos hálózatról?

b) Mennyi vizet emel ki ugyanezen szivattyú 5 m mélységből egy óra alatt, ha feltesszük, hogy a szivattyúzás hatásfoka változatlan? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(2011. május)

Megoldás:

Adatok: $V_1 = 200 \text{ l}$, $h_1 = 3 \text{ m}$, $t_1 = 1 \text{ perc}$, $h_2 = 5 \text{ m}$, $t_2 = 1 \text{ óra}$, $\eta = 40 \%$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

$$\rho = 1 \frac{\text{kg}}{\text{liter}}.$$

a) A szivattyú mechanikai teljesítményének kiszámítása az első esetben:

6 pont
(bontható)

A kiemelt víz tömege: $m = 200 \text{ kg}$ (1 pont).

Az emelési munka:

$$W = m \cdot g \cdot h \text{ (2 pont)}$$

$$W = 2000 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 6000 \text{ J} \text{ (1 pont)}$$

A hasznos teljesítmény:

$$P = \frac{W}{t_1} = \frac{6000 \text{ J}}{60 \text{ s}} \text{ (1 pont)}$$

$$P = 100 \text{ W} \text{ (1 pont)}$$

Az elektromos hálózatról felvett teljesítmény kiszámítása:

3 pont
(bontható)

$$P = \eta \cdot P_{\text{felvett}} \text{ (1 pont)}$$

$$P_{\text{felvett}} = 2,5 \cdot P = 250 \text{ W} \text{ (2 pont)}$$

b) A végzett munka meghatározása a második esetben:

3 pont
(bontható)

A hatásfok állandósága miatt a teljesítmény most is 100 W (1 pont).

(Megfogalmazás nélkül jár a pont, ha a vizsgázó ezzel az értékkel számol.)

$$W = P \cdot t_2 = 100 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} \text{ (1 pont)}$$

$$W = 360000 \text{ J} \text{ (1 pont)}$$

A keresett vízmennyiség meghatározása:

2 pont
(bontható)

$$W = m_2 \cdot g \cdot h_2, \quad 360000 \text{ J} = m_2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} \text{ (1 pont)}$$

$$m_2 = 7200 \text{ kg} \text{ vagy } V = 7200 \text{ l} \text{ (1 pont)}$$

(Mindkét válasz elfogadható.)

(Formális számítás nélkül, arányosságok figyelembevételével is megoldható a feladat.

A teljesítmény állandósága miatt (1 pont)

1 óra alatt 60-szor több munkát végez a szivattyú, mint 1 perc alatt. (1 pont)

Ennyi munkával 3 m helyett 5 m-re emelni csak $\frac{3}{5}$ -ször annyi tömeget lehet. (2 pont)

$$\text{Vagyis a keresett tömeg } m = 60 \cdot \frac{3}{5} \cdot 200 \text{ kg} = 7200 \text{ kg. (1 pont)}$$

Összesen 14 pont

5. Egy autós egy 16 km-es útszakaszon a megengedett 90 km/h helyett végig 110 km/h sebességgel vezetett.

a) Mennyivel lett rövidebb a menetideje?

b) A közegellenállási erő 110 km/h esetén másfélszerese a 90 km/h mellettinek. 110 km/h esetén a 90 km/h melletti értéknek hányszorosára kell növelni az autó teljesítményét ahhoz, hogy leküzdjük a közegellenállást? (Ilyen nagy sebesség esetén az egyéb fékező hatások a közegellenálláshoz képest elhanyagolhatóak.) (2012. május)

Megoldás:

Adatok: $s=16$ km, $v_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_2 = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

a) Az utazás menetidejének felírása és kiszámítása az első esetben:

1 + 1 pont

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = 0,178 \text{ h} = 10 \text{ perc } 40 \text{ s}$$

Az utazás menetidejének kiszámítása a második esetben:

1 + 1 pont

$$t_2 = \frac{s}{v_2} = 0,146 \text{ h} = 8 \text{ perc } 44 \text{ s}$$

A menetidő különbségének kiszámítása:

1 + 1 pont

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1 \text{ perc } 56 \text{ s}$$

(A két menetidő explicit kiszámításának hiánya nem számít hibának, amennyiben a keresett menetidő-különbség értéke helyes.)

b) A teljesítmények arányának kiszámítása:

**6 pont
(bontható)**

$$P = F \cdot v \quad (1 \text{ pont})$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{v_2 \cdot F_2}{v_1 \cdot F_1} \quad (2 \text{ pont})$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1,5 \cdot F_1 \cdot 110 \text{ km/h}}{F_1 \cdot 90 \text{ km/h}} = 1,83 \quad (\text{behelyettesítés és számítás } 2 + 1 \text{ pont})$$

Összesen 12 pont

6. Egy mai modern autó mind a négy kerekét egy-egy tárcsafék fékezi. A tárcsafékek a tárcsa és a fékbetét közti súrlódás segítségével az autó mozgási energiáját hővé alakítják át. Egy utasokkal együtt 1,2 tonna tömegű autóban egy-egy tárcsafék tömege 9 kg (ez a féktárcsa és a rajta súrlódó fékbetét együttes tömege). Az autópályán egy fékezés során az autó teljes megállásáig a fékek 60 °C-kal melegedtek fel. Túllépte-e az autó a 130 km/h sebességkorlátozást, ha a fékek anyagának fajhője $c = 400 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$?
(Tegyük fel, hogy a fékerő mind a négy keréken egyforma volt. Mivel a fékezés rövid ideig tartott, a fékezéskor a környezetnek leadott hőmennyiségtől eltekinthetünk.)
(2016. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m = 9 \text{ kg}$, $\Delta t = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $c = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $m_k + m_e = 1200 \text{ kg}$.

A fékek felmelegedéséhez szükséges hőmennyiség kiszámítása:

7 pont
(bontható)

Az egy fék által elnyelt hőmennyiség:

$$Q_1 = c \cdot m \cdot \Delta t = 216 \text{ kJ} \text{ (képlet + számítás 3 + 2 pont),}$$

így a fékek által elnyelt összes hő:

$$Q = 4 \cdot Q_1 = 864 \text{ kJ} \text{ (2 pont).}$$

Annak felismerése, hogy a fékek által elnyelt összes energia a gépkocsi és az ember fékezés előtti együttes mozgási energiájával egyezik meg:

4 pont

$$Q = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} (m_k + m_e) \cdot v^2.$$

A gépkocsi sebességének felírása és kiszámítása:

4 pont
(bontható)

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{m_k + m_e}} = \sqrt{\frac{1728 \text{ kJ}}{1200 \text{ kg}}} = 37,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 136,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Tehát az autó túllépte a sebességkorlátozásban megadott határértéket.

(Rendezés + számítás, 2 + 2 pont).

(A sebességet elegendő m/s-ban vagy km/h-ban megadni.)

Összesen 15 pont

7. Egy manapság modernnek mondható autó motorja 6 liter benzint fogyaszt, miközben állandó, 120 km/h nagyságú sebességgel 100 km távolságot tesz meg. Eközben az autó motorja 26 kW teljesítményt ad le. Az égésből felszabaduló energia hány százalékát tudja a motor az autó meghajtására átalakítani? (A benzin sűrűsége 0,75 kg/dm³, égéshője 44 MJ/kg.)
(2020. május II.)

Megoldás: (14 pont)

Adatok: $v = 120$ km/h, $s = 100$ km, $P = 26$ kW, $V_b = 6$ l, $Q_b = 44$ MJ/kg, $\rho = 0,75$ kg/dm³.

A gépkocsi motorja által végzett hasznos munka meghatározása:

6 pont
(bontható)

Mivel $W = P \cdot t$ (2 pont) és

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100 \text{ km}}{120 \text{ km/h}} \cdot 3600 \text{ s/h} = 3000 \text{ s} \text{ (képlet + számítás, 1 + 1 pont), ezért}$$

$$W = 26 \text{ kW} \cdot 3000 \text{ s} = 78 \text{ MJ} \text{ (behelyettesítés és számítás, 1 + 1 pont).}$$

A benzin égése során felszabaduló energia meghatározása:

6 pont
(bontható)

$E = Q_b \cdot m_b$ (2 pont) és

$$m_b = \rho \cdot V = 0,75 \cdot 6 = 4,5 \text{ kg (képlet + számítás, 1 + 1 pont), ezért}$$

$$E = 44 \cdot 4,5 = 198 \text{ MJ (behelyettesítés és számítás, 1 + 1 pont).}$$

A keresett hányados meghatározása:

2 pont

$$\eta = \frac{78}{198} = 0,39 \text{ azaz } 39\%.$$

Összesen: 14 pont